DM 9 **PENDULE PESANT**

Rappel :

Soit un solide indéformable S en rotation autour d'un axe fixe Δ, avec une vitesse angulaire $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$.

(vecteur rotation $\vec{\omega} = \omega \vec{u_\Delta}$). Son moment cinétique par rapport à l'axe Δ est le scalaire $\sigma_{S/\Delta} = J_\Delta * \omega$, avec $J\Delta$ moment d'inertie du solide S par rapport à l'axe Δ.

Théorème du moment cinétique pour un solide indéformable par rapport à un axe :

$J_\Delta * \dfrac{d\omega}{dt} = M_{\Delta,ext}$. $M\Delta,ext$, moment par rapport à l'axe Δ de toutes les forces extérieures s'exerçant sur *S*.

Position du problème :

On considère un pendule pesant de masse totale *m*, de centre d'inertie *G*, maintenu dans un plan vertical grâce à une liaison (supposée parfaite) en *O* avec une tige d'axe Δ.

On note $\left\|\overrightarrow{OG}\right\| = l$ et $\theta(t) = (\widehat{\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{OG}})$.

A *t*=0s, le pendule est abandonné sans vitesse initiale depuis la position repérée par θ_o. On note $J\Delta$ moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe Δ. On ne considère que l'action du champ de pesanteur.

L'angle $\theta(t)$ est régi par une équation différentielle du type :

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \Omega_O{}^2 \sin\theta(t) = 0 .$$

On déterminera l'expression de $\Omega_O{}^2$ en fonction de *m*, l ,g et $J\Delta$: $\Omega_O{}^2 =$

OBJECTIFS DU DM :

- Pour une valeur de $\Omega_O{}^2$=1 et de $\dfrac{d\theta(t=0)}{dt} = 0$, écrire un programme qui permette d'obtenir, pour un angle θ_o quelconque, la courbe $\theta(t)$.
- Dans les mêmes conditions, écrire un programme qui permette d'obtenir le tracé du portrait de phase : ($\theta(t)$, $\dfrac{d\theta(t)}{dt}$

Remarque : On comparera attentivement les cas où : $0 < \theta_o < \dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{\pi}{4} < \theta_o < \dfrac{\pi}{2}$

- Si le solide précédent est freiné par frottement fluide : $\dfrac{d^2\theta(t)}{dt^2} + k\dfrac{d\theta}{dt} + \Omega_O{}^2 \sin\theta(t) = 0$ reprendre les questions précédentes. Déterminer approximativement à partir de quelle valeur de k le pendule n'oscille plus. (régime critique).